『勘者御伽雙紙』の弧背真術 (数学史の研究)

田辺, 寿美枝

数理解析研究所講究録
第1677巻 2010年 73-82

『勘者御伽雙紙』の弧背真術

聖心女子学院 田辺 寿美枝 (Sumie Tanabe)
Sacred Heart Senior High School

1 はじめに

『勘者御伽雙紙』は中根彦循(なかねげんじゅん)が1743年(寛保3年)に著した算書である. 彦循は1701年(元禄14年)京都に生まれ, 後に法舳(ほうじく)と号した. 彦循の父, 中根元圭(1662～1733)は白山先生とも呼ばれた和算家で, 徳川吉宗に召され暦の研究に従事し,『暦算全書』に訓点を施したことでも知られている. 彦循は父元圭に数学を学んだ後, 江戸に出て建部賢弘(たけべかたひろ)(1664～1739), 久留島義太(くるしまよしひろ)(?～1757)に学び[1], 1761年(宝暦11年)に没した. 彦循の刊行された著作は『竿頭算法』と『勘者御伽雙紙』の二作のみで, 写本としては「祇園神社算題三問」など四作品が伝わっている.『勘者御伽雙紙』は上中下3巻から成り, 和算書では初出の「九去法」をはじめ,「小町算」「薬師算」「裁ち合せ」「洛書(方陣)」「目付け字」などの遊戯的な問題も多数収録されている. 標題の「弧背真術」は下巻末尾の第22問に「弧背真術(こはいしんじゅつ)事二ヶ條」として載っている. 関孝和の『括要算法』[2]や関と建部賢明(1661～1716), 賢弘兄弟との共著である「大成算経」(1683年～1710年)などが真名文(まなぶみ)(漢文)で書かれていたのに対し,『勘者御伽雙紙』は『塵劫記』(1627年, 吉田光由)などと同様の和文(漢字交じり仮名文)で書かれた一般大衆向け通俗書であり, 序文には「…おさな子のもて遊びとす」とある. 実際, 遊戯的な問題も数多く収録されているが, その一方, 極めて高度な問題も含まれている. 特に漢文書きになっている問題, 上巻第22問「買物銭数ほど取る事」とこの下巻第22問「弧背真術事二ヶ條」は翦管術と円理孤背術, それぞれの分野に関しての当時の最先端の研究成果「術」が紹介されている. 翦管術とは不定方程式の解法を基にした連立1次合同式の解法理論のことで, 上巻第22問「買物銭数ほど取る事」から窺える彦循の整数論に関する洞察の深さについてはすでに参考文献[10]で論じたところである. 本稿では, 下巻第22問に述べられている孤背真術の精読と『勘者御伽雙紙』までに至る和算における円理孤背術研究の流れ, 時代背景に関して考察を深めることを目的としている.

[1]中根彦循著『竿頭算法』(1738年)序文より.

[2]関孝和(1640?～1708)が1680年～1683年に書いたものをもとに, 関の没後1712年, 関流門弟の荒木村英, 大高由昌によって編集, 出版された刊本である.

2　下巻第22 弧背真術の事 二ヶ條

（ルビ：こはいしんじゅつ）

以下の枠内は下巻22「弧背真術の事 二ヶ條」を第1問，第2問とそれに続く解説の3つに分け，その内容を現代文で表したものである．( ) 内は筆者が加えた注である．本稿末尾の影印資料も合わせ参照されたい[3]．

第1問

たとえば，矢が1寸，径が1尺の弧がある．この弧の背はどれほどか．

答曰　背は6寸4分3厘5毛〇1忽1微〇余 (0.64350110…尺)

術曰

[**割注** 矢が円周の1/4に対する矢より大きい場合には，径から矢を引いた差と矢の積の平方根を半径から引いた差を小弧矢と考えて，以下の方法に従って小弧の背を求め，その小弧背を半円周から引いた余りが求める背 (の長さ) となる．]

矢の276倍に径の1060倍を加え，これに矢を掛けた積と径の2乗の3885倍を加えた和に矢を掛け，径の三乗の22050倍を加えた和に矢を掛けた積を径の4乗の51975倍から引いた余りに矢を掛け，さらに4を掛けた積を実とする．一方，径の33倍から矢の25倍を引いた余りに径の2乗の1575倍を掛けた積を法とする．この実を法で割った商の平方根が求める背 (の長さ) である．

ここで，円周率は3.1415926535897932384626433832795028余である．

第2問

たとえば，弧背が6寸4分，径が1尺の弧がある．この弧の矢はどれほどか．

答曰　矢は9分8厘9毛5絲2忽1微1纎強 (0.09895211…尺)

術曰

[**割注** 背が円周の1/4より大きい場合には，半円周から背を引いた余りを小弧背として，以下の方法に従って (小) 矢を求め，径との差に (小) 矢を掛けた積の平方根を半径から引いた余りが求める矢の長さである．]

背の2乗を径で割った商を求め寄位 (A と) する．背の2乗の360倍から寄位冪 (A^2) の30倍を引いた余りに径を掛けた積に寄位再乗冪 (A^3) を加え，径の56倍を掛け，その積から寄位三乗冪 (A^4) を引いた余りを径の3乗の80640倍で割った商が求める矢 (の長さ) となる．

---

[3]参考文献 [13] には影印，現代語訳に加え，読み下し文も収録されている．

第1問，第2問に続き，それらの術によって得られる値の有効桁数，精度を述べ，さらにその精度を高めるための術，**「折術」**が語られている．

> 以上2つの術については，円容方四辺の矢および背に関しては7位まで合う (正しい)．また矢が径の1/25であれば10位まで合い，1/100であれば15位まで，1/1000であれば21位まで合う (正しい)．このように矢や背が小さければ小さいほど (真の値に) 合う．多くの桁の真値を求めたい場合には，**折術** [**割注: 折術**はこの後に見る] を使って，矢や背をどんどん小さくして求めれば良い．
>
> **折術**とは以下のとおりである．矢に径を掛けた積は1次折の小弦の2乗になる．この小弦の2乗を径の2乗から引いた差の平方根を径から引いた差の半分が，1次折の小矢となる．また，この小矢を径に掛けた積は再折 (2次折) の小弦の2乗となる．この2次折の小弦の2乗から，同様にして2次折の小矢を求め，**求背術** (第1問の解法) に従って，小弧背を求め，それを4倍する [**割注:** 1次折の場合は2倍，3次折の場合は8倍する.] と求めたい背が得られる．
>
> また (背が与えられた場合は，) 背の半分を (1次折の) 小弧背とし，更に半分にしたものを再折 (2次折) の小弧背とする．**求矢術** (第2問の解法) によって，小弧矢を求め，その小弧矢と径との差に小弧矢を掛けた積を4倍した値が小弧弦の2乗となる．この小弧弦の2乗を径で割った商が1次折の矢になる [**割注:** 1次折の場合はこの矢が求める定矢である.] この1次折の矢から，また同様にして弦の2乗を求め，その値を径で割った商が，求める定矢となる．[**割注:** 3次折の場合は，この矢の値から更に同様に弦の2乗を求め，その値を径で割った商が求める定矢となる．]

3　解説

3.1　術文

和算では直径を単に径と呼び，弦は弦，また右図での線分PMを矢，扇形のことを弧，更に円弧$\overset{\frown}{AB}$を背あるいは弧背と呼んでいた．従って円周率のことを (円) 周と (直) 径の比率から周径率と呼び，円周率を分数で近似した場合の分母を径率，分子を周率と呼んだ．径が1の場合には周率は周径率と一致する．また原文にある (自乗) 冪は2乗，再乗冪は3乗，三乗冪は4乗のことを示している．

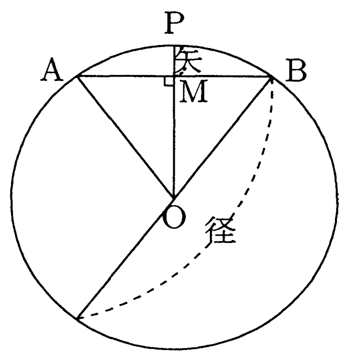


図1

矢を c，径を d，背を s として，第 1 問の術文を現代の数式で表すと以下の有理式になる．

$$s^2 = \frac{\left(51975d^4 - \left[\{(276c+1060d)c+3885d^2\}c+22050d^3\right]c\right)\times c\times 4}{(33d-25c)\times 1575d^2}$$
$$= \frac{4c}{1575(33d-25c)}\left(51975d^2 - 22050cd - 3885c^2 - 1060\frac{c^3}{d} - 276\frac{c^4}{d^2}\right)$$

この式に，問題で与えられた数値，径 $d=1$，尺=10 寸，矢 c=1 寸 を代入すると，$s^2 = 41.409367\cdots$ となり，この平方根をとると，$s = 6.4350110\cdots$ と答としている数値が得られる．また，第 2 問の術文は以下の有理式を示している．

$$c = \frac{\left[\left\{360s^2 - 30\left(\frac{s^2}{d}\right)^2\right\}d + \left(\frac{s^2}{d}\right)^3\right]56d - \left(\frac{s^2}{d}\right)^4}{80640d^3}$$
$$= \frac{1}{80640d^3}\left(20160s^2d^2 - 1680s^4 + 56\frac{s^6}{d^2} - \frac{s^8}{d^4}\right)$$

第 1 問の式は逆三角関数の近似式にあたるもので，久留島義太の「久氏弧背草」[4]にある以下の式と実質的に一致している．

$$\frac{s^2}{4} = cd + \frac{c^2}{3} + \frac{c^2}{3}\cdot\frac{8c}{15d} + \frac{c^2}{3}\cdot\frac{8c}{15d}\cdot\frac{9c}{14d} + \frac{c^2}{3}\cdot\frac{8c}{15d}\cdot\frac{9c}{14d}\cdot\frac{32c}{45d} + \frac{c^2}{3}\cdot\frac{8c}{15d}\cdot\frac{9c}{14d}\cdot\frac{32c}{45d}\cdot\frac{1}{1-\frac{25c}{33d}}$$

また第 2 問の式は三角関数の近似式と考えられるが，松永良弼(よしすけ)(1692〜1744) の『方円算経』(1739 年) にある以下の式と実質的に一致している．

$$c = \frac{s^2}{4d}\left\{1 - \frac{1}{3\cdot 4}\left(\frac{s}{d}\right)^2 + \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}\left(\frac{s}{d}\right)^4 - \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}\left(\frac{s}{d}\right)^6\right\}$$

著者の中根彦循は久留島義太の「久氏弧背草」，松永良弼の『方円算経』などによく学び，**求背術**，**求矢術**に精通していたものと思われる．

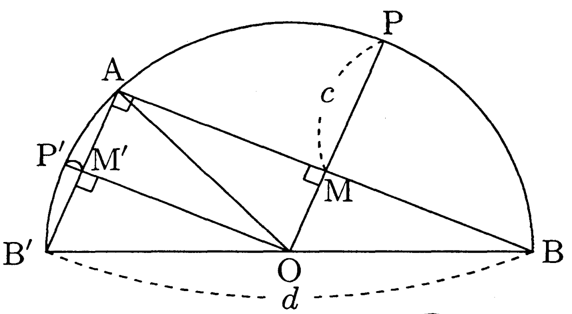
---

[4]平成 21 年 8 月 RIMS 研究集会「数学史の研究」の講演中にこの第 1 問の式の典拠について尋ねたところ，横塚啓之氏から参考文献 [4] にあることをご教示戴いた．ここに深謝の意を表するものである．

3.2 術文冒頭の「割注」

各問の術文の冒頭の**「割注」**では，与えられる弧が円全体の 1/4 以上の場合，精度を高めるために半円周から引いた残りの小さな弧を考え，矢 c は小矢 c' に，弧背 s は小弧背 s' に置き換え，c' から s' ,s と順に，或いは s' から ,c', c と求める方法を示している．図とともに詳しく各問冒頭の**「割注」**の述べているところを検証しよう．

図 2 で矢 c に対する弧 $\widehat{\mathrm{AB}} = s$ は 1/4 円周より大きい．このとき，半円周から弧 $\widehat{\mathrm{AB}} = s$ を引いた残りの弧 $\widehat{\mathrm{AB'}}$ を s', その矢 $\mathrm{P'M'}$ を小矢 c' とする．$\triangle$ MOB で「勾股弦(こうこげん)の法 (三平方の定理)」を利用すると，



$\mathrm{P'M'}=c'$　$\widehat{\mathrm{AB}} = s$　$\widehat{\mathrm{AB'}} = s'$

図 2

$$\begin{aligned}\mathrm{MB}^2 &= \left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2} - c\right)^2 \\ &= (d-c)c \\ \therefore\ \mathrm{AB}^2 &= 4(d-c)c\end{aligned}$$

従って，　弦^2 = 4 × (径 − 矢) × 矢 ・・・・・・ (1)

を得る. 一方，MB = AM = M′O なので，

$$\begin{aligned}\mathrm{P'M'} &= \mathrm{P'O} - \mathrm{M'O} \\ c' &= \frac{d}{2} - \sqrt{(d-c)c}\end{aligned}$$

となり，小矢 c' と矢 c の関係式が得られる．

即ち，小矢 = 半径 − $\sqrt{(\text{径} - \text{矢}) \times \text{矢}}$ ・・・・・・ (2)

第 1 問で与えられる矢 c が 1/4 円より大きい弧に対するものである場合には，この (2) 式を用いて矢 c から小矢 c' を求め，第 1 問術文の**求背術**によって小弧背 s' を得，半円周から小弧背 s' を引けば求める弧背 s が得られると述べている．また，第 2 問で与えられた弧背 s が 1/4 円より大きい場合には，半円周からから弧背 s を引いた小弧背 s' から第 2 問術文の**求矢術**によって小矢 c' を求め，(2) 式を用いて矢 c を求めれば良いと**「割注」**は語っている．

3.3 精度

第2問の解法の後に続く説明文では，弧が小さくなるほどに高まる近似式の精度について，

「円容方四辺の矢および背に関しては7位まで, また径の1/25の矢であれば10位まで，1/100であれば15位まで，1/1000であれば21位まで正しい」と具体的な有効桁数を述べている．そこで,「径 $d=1$」対して,「矢 c」が以下それぞれの値のときについて,『勘者御伽雙紙』下巻第22の第1問で述べられている**求背術**の式によって求めた弧背の値を s，逆三角関数を用いて数式処理ソフトMapleで計算した弧背の値を t として求めた結果が以下に書き出したものである.

$$c=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$$
$$\left.\begin{array}{l} s=0.785398152758119250250096\cdots \\ t=0.785398163397448309615660\cdots \end{array}\right\}\rightarrow \text{小数点以下第7位まで一致}$$

$$c=0.04$$
$$\left.\begin{array}{l} s=0.402715841578823023260024\cdots \\ t=0.402715841580661582910251\cdots \end{array}\right\}\rightarrow \text{小数点以下第10位まで一致}$$

$$c=0.01$$
$$\left.\begin{array}{l} s=0.200334842323119381459441l\cdots \\ t=0.200334842323119592691046 3\cdots \end{array}\right\}\rightarrow \text{小数点以下第15位まで一致}$$

$$c=0.001$$
$$\left.\begin{array}{l} s=0.0632560988751433566257 55\cdots \\ t=0.0632560988751433566258 20\cdots \end{array}\right\}\rightarrow \text{小数点以下第21位まで一致}$$

原文で精度に関して述べている件の冒頭に「円容方四邊ノ矢及背ニ當ル者ハ七位合ス也」とある「円容方四邊ノ矢」は「円に内接する正方形の4辺(それぞれ)に対応する矢に関して…」と考えられるので，径 $d=1$ に対する矢 c の値を $(2-\sqrt{2})/4$ とした．この場合の有効桁7位までをはじめ，矢が直径の1/25の矢であれば10位まで，1/100であれば15位まで，1/1000であれば21位まで正しい，と『勘者御伽雙紙』で述べられている有効桁数はMapleの計算結果とすべて合致している．現代数学の用語で考えれば，三角関数，逆三角関数さらに円周率の級数展開近似式を中根は熟知し，その精密な数値を基にして精度を語っていたものと推察できよう.

3.4　折術

弧が小さくなるほどに高まる精度について述べた後，その精度を高めるため弧を次々に半分にして，その背や矢を順々に求める方法**「折術」**を紹介している．

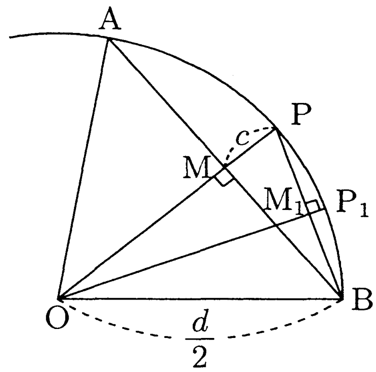
図２の場合と同様に図３においても，

$$\mathrm{MB}^2 = (\frac{d}{2})^2 - (\frac{d}{2} - c)^2 = (d-c)c$$

$$\mathrm{AB}^2 = 4(d-c)c$$

$$弦^2 = 4 \times (径 - 矢) \times 矢 \ \cdots\cdots \ (1)$$

と分かる．さらに，



$\mathrm{PM}=c,\quad \mathrm{P_1M_1} = c_1$

図３

$$\begin{aligned}\mathrm{PB}^2 &= \mathrm{MB}^2 + \mathrm{PM}^2\\ &= (d-c)c + c^2 = dc\end{aligned}$$

即ち，$(1\,次折小弦)^2 = 径 \times 矢$ より，

$$\therefore \quad \mathrm{M_1B}^2 = \frac{dc}{4}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{OM_1}^2 &= \mathrm{OB}^2 - \mathrm{M_1B}^2\\ &= \left(\frac{d}{2}\right)^2 - \frac{dc}{4}\\ &= \frac{1}{4}(d^2 - dc)\end{aligned}$$

$$\therefore \quad \mathrm{OM_1} = \frac{1}{2}\sqrt{d^2 - dc}$$

$$\mathrm{P_1M_1} = \frac{d}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{d^2 - dc} = \frac{1}{2}(d - \sqrt{d^2 - dc})$$

$$\therefore \quad c_1 = \frac{1}{2}(d - \sqrt{d^2 - dc})$$

即ち，

$$1\,次折小矢 = \frac{1}{2}\left(径 - \sqrt{径^2 - 径 \times 矢}\right) = \frac{1}{2}\left\{径 - \sqrt{径^2 - (1\,次折小弦)^2}\right\}$$

と分かる．これらの関係式と第１問，第２問で示した**求背術**，**求矢術**とを合わせ，繰り返し使って，1/2, 1/4, 1/8, $\cdots$ と次々に半分に折った弧の小矢や小弧背を順々に求めることによって精度の高い値を得る方法が**「折術」**である．

「割注」や**「折術」** のはじめで使われている式「$弦^2 = 4 \times (径-矢) \times 矢 \cdots$ (1)」は「径矢弦の法」として，今村知商（いまむらともあき）(?～1668) の『竪亥録（じゅがいろく）』(1639 年) に既に記されており，和算家の間では夙に知られている公式であった．

4 円理弧背術研究の歩み

日本における数学は仏教伝来と同じ6世紀，欽明天皇の御代に，中国発祥の数学文化が百済から伝播したことに始まるとみられる．奈良時代には律令国家，中央集権的国家機構の確立に伴い，測量，建築，税制，天文，暦などの実用的必要性から官吏養成のため数学が学科として設置され，研究されていた．また万葉集の中には「十六」と書いて「獅子」,「二八十一」で「憎く」と読むなど「九九」を元にした戯書が用いられており，既に「九九」が普及していたことが窺える．平安時代，源為憲が藤原為光の幼子のために作ったとされる教科書「口遊」(970年)の雑事門には九九表が載っている．その後，安土桃山に至るまで数学は特権階級の教養として受け継がれていた．しかし江戸時代に入った1627年(寛永4年)，中国の算書『算法統宗』(1592年)を元に，吉田光由(1598～1672)の著わした大衆的数学書『塵劫記』が大ベストセラーとなり，広く庶民にまで数学が親しまれるようになった．このように日本に数学文化を齎した中国において，円周率は早くから研究され，すでに5世紀には祖冲之(そちゅうし)(429～500)がその著『綴術』で円周率の近似値3.1415926，355/113を得ていたことが今日では良く知られている．しかし，江戸時代初期にはまだ祖冲之の成果は伝わっておらず，1627年の『塵劫記』においても円周率の近似値として3.16が用いられていた．1663年になって，村松茂清(むらまつしげきよ)(1608～1695)はその著書『算俎(さんそ)』の中で円の内接正四角形から正2^{15}角形までの周長の計算を進め，3.14159264877698869248と小数第21位まで計算し，小数第7位まで真値を得ている．その後関孝和(1640?～1708)は独自の級数加速法を用い求めた小数第12位を切り上げ，3.14159265359微弱という成果を得,『括要算法』に記されている[5]．さらに関の弟子である建部賢弘は『綴術算経(てつじゅつさんけい)』(1722)で関が16桁まで真値を得ていたことを述べ，さらに新たな加速法を編み出し，円周率を求めるための級数展開式を得て，小数第40位まで正しい小数第41位まで[6]得ていたことはよく知られているところである．一方,『勘者御伽雙紙』の弧背術は円の矢から弧背を，弧背から矢を求める問題で実質は三角関数，逆三角関数の近似値を求める問題と捉えることができる．一方，術文冒頭の**「割注」**や**「折術」**そして精度に関しては当時の円理研究の成果である円周率の近似値を前提として語っている．中根彦循は京都から江戸に上がり，建部賢弘に就き，さらに関，建部の研究を推し進

[5]参考文献[11]第3章第3節「円，球をめぐって－関の飛躍」などに解説がある．

[6]建部が得た近似式からは第41位まで正しい値が得られていたはずであるが，実際に記された第41位の数値は「6」とあるべきところ「2強」となっている．

めた久留島義太の教示を仰いだ．彦循自ら算額に「武州久留島喜内門人白山二條上町住中根保之丞法軸」と印しており，実際,『勘者御伽雙紙』下巻22問における術文の式は久留島義太の『久氏弧背草』および松永良弼の『方円算経』にある級数展開式と実質一致している．村松茂清にはじまり関，建部，松永，久留島と続く和算家達が円理弧背術の研究を重ね，級数の加速法の改良を進めた．その研究実績の積み重ねられた流れの中で,『勘者御伽雙紙』はその時代の最先端たる研究成果である級数展開公式を一般市民向けに語ったものといえよう.『勘者御伽雙紙』の「弧背真術」の背景として，建部賢弘の『算歴雑考』ならびに久留島義太「久氏孤背草」，松永良弼『方円算経』などの著作との関連の更なる精査に努めたい．

図版資料はKETpic(http://ketpic.com)を用いて作成した．
本稿は科学研究費補助金 奨励研究 課題番号21913007の援助を受けた研究の一環である．

参考文献

[1] 中根彦循『勘者御伽雙紙』天王寺屋市郎兵衛(京都寺町) 1743年(寛保3年)
[2] 中根彦循(大矢真一訳注)『勘者御伽雙紙』大紘書院 1942年
[3] 日本学士院編 『明治前日本数学史』第1巻, 第2巻, 第3巻 岩波書店 1956年
[4] 加藤平左エ門『偉大なる和算家　久留島義太の業績』槇書店 1973年
[5] 平山諦『円周率の歴史』改訂新版　大阪教育図書　1980年
[6] 森本光生『パソコンによる解析学』放送大学教育振興会　1999年
[7] 佐藤健一他編著『和算史年表』東洋書店 2002年
[8] 竹之内脩，伊藤隆『π』共立出版 2007年
[9] 藤原松三郎(川原秀城解説)『日本数学史要』勉誠出版 2007年
[10] 田辺寿美枝「『勘者御伽雙紙』の籥管術」
(京都大学数理解析研究所講究録1583:40 − 50) 2008年
[11] 上野健爾, 小川束, 小林龍彦, 佐藤賢一『関孝和論序説』岩波書店 2008年
[12] 佐藤健一監修『和算の事典』朝倉書店 2009年
[13] 中根彦循(佐藤健一，田辺寿美枝他訳注)『勘者御伽雙紙 下』
NPO法人和算を普及する会 2010年

術曰云数ニ八をかけて定法二十八とくへて平方ニ開き
得数の内三を減して餘り二つニ割て年数とするなり
但し曲尺平方を用ゆる附八寸を
とるなり極めて秘密なくてすむなり

（六二）弧背眞術事　二ケ條

假如有弧矢一寸徑一尺問背幾何

答曰背六寸四分三厘五毫〇一忽一微〇餘

術曰列矢乃視矢多於円周四分之一（矢者與徑相減相乘開平方所得以減半徑餘爲小弧矢依術求其背所得以減半円周餘得所求之背也）二百七十六段加入徑一千〇六十段以矢乘之加入徑巾三千八百八十五段以矢乘之加入徑再乘巾二万二千〇五十段以矢乘之以減徑三乘巾五万一千九百七十五段餘以矢乘之四之爲實列徑三十三段內減矢二十五段餘以徑巾一千五百七十五段乘之爲法實如法而一所得開平方得背合問（乃周率三箇一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三三八三二七九五〇二八八餘也）

假如有弧背六寸四分徑一尺問矢幾何

答曰矢九分八厘九毫五絲二忽一微一纖強

術曰列背乃視背多於円周四分之一者用減半円周餘爲小弧背依術求其矢與徑相減相乘開平方所得以減半徑餘得所求之矢也）自之以徑除之寄位列背巾三百六十段內減寄位巾三十段餘以徑乘之加入寄位再乘巾以徑五十六段乘之內減寄位三乘巾餘爲實以徑再乘巾八万〇六百四十段除之得矢合問

右二術以眞數驗之當円容方四邊矢及背者七位合也又矢當徑二十五分之一者十位合也百分之一者十五位合也千分之一者二十一位合也如此矢及背愈微則愈合也故猶欲得眞數多位者宜依折術（見于後）求之也

折術曰列矢以徑乘之爲一次折小弦巾以減徑巾餘開平方所得以減徑餘折半之爲一次折小矢亦以徑乘之爲再折小弦巾以之求再折小矢依求背術求小弧背四之（如一次折者倍之三次折者八之也）爲所求定背也

又列背折半之爲小弧背亦折半之爲再折小弧背依求矢術求小弧矢與徑相減相乘四之爲小弧弦巾以徑除之爲一次折矢（如一次折者以之爲定矢也）以之亦求弦巾以徑除之爲所求定矢（如三次折者以之亦求弦巾以徑除之爲定矢）也

勘者御伽雙紙下巻終